

## 波動を利用した海底地盤の剪断弾性率の計測\*

鈴木英男\*\*

(株)小野測器音響技術研究所

山本督夫\*\*\*・モーセン バディイー\*\*\*\*†

(マイアミ大学地質音響研究所)

## 1. はじめに

国土が狭く周囲を海に囲まれた我が国にとって、海の環境を破壊することなく、それをいかに有効利用するかは重要な課題である。本四架橋の完成、現在建設中の関西国際空港や東京湾横断道路に見られるように、大規模の海洋構造物の建設が着々と進んでいる。このような構造物を建設するための最適な場所を選定するためには、広い範囲において海底地盤の地層構造を知る必要がある。また、海岸線近くでしかも地層のかなり浅いところでの海底火山の活動も認められており、この点からも海底地質構造の広範囲な把握が重要である。

海底地質構造の調査方法として一般的に用いられている方法は

- (1) ボーリング
- (2) 標準貫入試験
- (3) 音波探査
- (4) 弾性波探査

などが挙げられる。ボーリングにより地盤の各層から試料を採取計測する方法は直接地層の構成を確認できるが、採取段階で物性が変化し真の値が求めにくいという欠点がある。標準貫入試験 (standard penetration test, 以下 SPT と略す) により得られる結果は一般に  $N$  値と呼ばれ、先端が円錐形をした杭を基準の深さ打ち込むのに要する打撃回数で表される。SPT は地盤の硬さを実測する方法として土木の分野においてよく使われている。(1) 及び (2) の方法では海上に足場を建設しなければならず、そのための費用と日数が無視できない。音波探査法は船で送受波器を曳航し、反射波の大きさから地

層の変化する状況を連続的に計測するものである。この方法では軟弱層から硬い層へ変化は観測が容易であるが、その逆の場合は困難であり、また硬さの定量的な値が得られないという欠点を持っている。水中放電等により強力な弾性波を発生し各層からの反射波から地層の構造及び物性を決定する方法もあるが、実験及び解析の複雑さが欠点である。

本論文で提案する方法は従来法と全く異なる原理に基づくものであり、重力波によって引き起こされる海底面の動きから海底の剪断弾性率を受動的にしかも遠隔的に求めるものである。水深及び海底地盤の剪断弾性率を与えられると、重力波の大きさと海底の動きとの関係を求めることが可能である。逆に、海底の水圧とそれによる振動の大きさを測定し、その関係から逆演算により剪断弾性率を求めることができる。ここで用いられる波動伝搬のモデルは非常に単純なため、逆演算における解の唯一性及び収束性が保証される。本方式 (Bottom Shear Modulus Profiler, 以下 BSMP と略す) の原理はすでに報告されているが<sup>1)</sup>、ここでは再度その原理を紹介すると共に、試作機による本方式の日本国内での評価結果についても述べる。

## 2. 重力波伝搬のモデル

本報告で扱う重力波伝搬のモデルを図-1 に示す。水深  $h$  と地盤の剪断弾性率  $G(z)$  は水平方向では変化しないものとする。重力波の伝搬方向を  $x$  軸、垂直方向を海底面から上方を正として  $z$  軸で表す。海底地盤は  $z = -d$  を境界として、それより下方では (1) 有限のしかも均一な弾性率を持つ半無限弾性空間、又は、(2) 完全剛体、と接するものとする。

更にここでは次のような仮定を用いることとする。

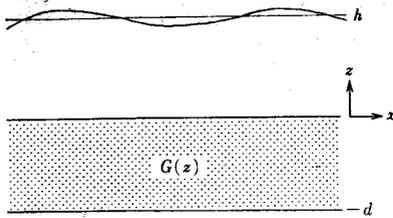
- (1) 海底の固体枠組みとそれを満たす間隙水との結合は完全である<sup>2)</sup>、
- (2) 剪断変形が支配的である<sup>2)</sup>、
- (3) 慣性力は無視できる<sup>3)</sup>、

\* Seabed shear modulus measurement by use of gravity water waves.

\*\* Hideo Suzuki (Acoustics Laboratory, Ono Sokki Co., Ltd., Tokyo, 163)

\*\*\* Tokuo Yamamoto and Mohsen Badiy (Geoacoustics Laboratory, University of Miami, Miami, Florida, U. S. A.)

† 現住所: 運輸省港湾技術研究所



完全剛体又は半無限弾性体

図-1 波動と海底の干渉のモデル

(4) 海底の変形は線形領域内である<sup>4)</sup>。

上に述べた仮定は次節において地盤の変位と応力との関係を規定する結合マトリックスを導くために用いられる。

### 3. 波と海底の干渉に関する順方向理論

ここで、順方向理論とは図-1に示す海底モデルにおいて、水深  $h$ 、深さの関数としての剪断弾性率  $G(z)$ 、及び海面での重力波の振幅  $a$  (又は海底面での水圧) が与えられたときの海底の垂直及び水平方向の振幅を決定する理論を指すものとする。

水中を伝搬する重力波の波長定数  $k$  及び角周波数  $\omega$  の関係は次式で与えられる。

$$\tanh kh = [(1 - (W + W') \operatorname{sech} kh/a) \omega^2 / gh] \quad (1)$$

ここで、 $g$  は重力加速度、 $W$  及び  $W'$  はそれぞれ海底面の垂直振幅及び海底面における間隙水の海底枠組みとの相対垂直振幅である。 $(W + W')/a$  は通常 0.01 以下であるので、よく知られている次の関係式が成り立つ。

$$gh \tanh kh = \omega^2 \quad (2)$$

重力波によって引き起こされる海底の動きは、結合マトリックスによって表される<sup>5), 6)</sup>。

変位-ストレスベクトル  $\mathbf{r}(z) = [r_1, r_2, r_3, r_4]$  が、水平方向の変位  $u$ 、垂直方向の変位  $w$ 、剪断応力  $\tau_{xz}$ 、及び垂直方向の応力  $\tau_{zz}$  を表すものとする。ここで、

$$\left. \begin{aligned} u &= ir_1\theta, \quad w = r_2\theta \\ \tau_{xz} &= ir_3\theta, \quad \tau_{zz} = r_4\theta \\ \theta &= \exp[i(\omega t - kx)] \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

である。重力波によって引き起こされる、質量のない非圧縮性の弾性床の動きは次式で与えられる。

$$\frac{d}{dz} \begin{bmatrix} r_1 \\ r_2 \\ r_3 \\ r_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & k & 1/G & 0 \\ -k & 0 & 0 & 0 \\ 4Gk^2 & 0 & 0 & k \\ 0 & 0 & -k & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} r_1 \\ r_2 \\ r_3 \\ r_4 \end{bmatrix} \quad (4)$$

ここで、結合マトリックスは  $G(z)$  と  $k$  とから成っている。この簡単な構成と(2)式の“dispersion relationship”が逆演算の精度と安定性を与える。(4)式は初期値問題として、数値積分により解が求められる。ここでは4次の Runge-Kutta 法を数値積分法として採用す

る。

海底地盤を支える基礎 ( $z = -d$ ) において二つの異なるタイプの初期値が与えられる。もし  $z = -d$  において完全剛体と接するとすれば、二つの初期ベクトルは

$$\mathbf{r}_s(-d) = [0, 0, 1, 0] \quad (5)$$

及び

$$\mathbf{r}_p(-d) = [0, 0, 0, 1] \quad (6)$$

で与えられる。一方、海底が  $z = -d$  以下で剪断弾性率を持つ均一な半無限空間であるとする、二つの初期ベクトルは

$$\mathbf{r}_s(-d) = [1, 0, -2kG(-d), 0] \quad (7)$$

及び

$$\mathbf{r}_p(-d) = [0, 1, 0, -2kG(-d)] \quad (8)$$

で与えられる。海底地盤での変位-ストレスベクトル  $\mathbf{r}(z)$  は  $\mathbf{r}_s(z)$  と  $\mathbf{r}_p(z)$  の線形結合として与えられる。

$$\mathbf{r}(z) = A\mathbf{r}_s(z) = B\mathbf{r}_p(z) \quad (9)$$

未定定数  $A$  及び  $B$  は海底面での境界条件により決められる。すなわち、 $z = 0$  では剪断力は零であるから、

$$r_3(0) = Ar_{s3}(0) + Br_{p3}(0) \quad (10)$$

また、垂直方向のストレスは重力波による水圧と等しいので

$$r_4(0) = -P(0) = Ar_{s4}(0) + Br_{p4}(0) \quad (11)$$

ここで、 $P(z)$  は重力波による圧力振幅であり、次式で与えられる。

$$P(z) = \rho g a \operatorname{sech} kh \cosh kz \quad (12)$$

$P(0)$  は海底での圧力変化を直接測定するか、又は海面の波高値から(12)式を用いて求められる。

### 4. 線形逆演算

地球物理において一般的な線形逆問題は

$$\mathbf{e}_i = \int_I C_i(y) m(y) dy \quad (i=1, 2, \dots, N) \quad (13)$$

又は離散的な形式で、

$$\mathbf{e}_i = \sum_{j=1}^M C_{ij} m_j \quad (i=1, 2, \dots, N) \quad (14)$$

マトリックスを用いると、

$$\mathbf{e} = C\mathbf{m} \quad (15)$$

ここで  $\mathbf{e}$  は観測値、 $C$  は理論から導かれるカーネル、そして  $\mathbf{m}$  は  $I$  区間で定義される未知関数である。一般に観測値  $\mathbf{e}$  の次元  $N$  は未知数  $\mathbf{m}$  の次元  $M$  よりも大きい。 $C$  を次のように特異値分解することにより、(15)式を解くことができる。

$$C = U\mathbf{A}V^T \quad (16)$$

$U$ ,  $\mathbf{A}$ , 及び  $V$  の次元はそれぞれ  $(N, N)$ ,  $(N, M)$ , 及び  $(M, M)$  である。

これらを用いて(15)式の解は次式で与えられる。

$$\begin{aligned} \hat{\mathbf{m}} &= C^{-1}\mathbf{e} \\ &= V\mathbf{A}U^T\mathbf{e} \end{aligned}$$

$$= \sum_{i=1}^N \frac{U_i \cdot e}{\lambda_i} V_i \quad (17)$$

ここで  $\lambda_i$  は特異値である。ノイズの多いデータでは特異値の低次の項までで打ち切り、解は次のように表される。

$$\hat{m} = \sum_{i=1}^L \frac{U_i \cdot e}{\lambda_i} V_i \quad (L < N) \quad (18)$$

上に述べた方法は非線形逆問題に適用できる。本論文で扱うような非線形の問題では反復線形化法が用いられる。(15)式に対応する非線形方程式

$$e = f(m) \quad (19)$$

を考える。まず、自乗誤差  $|e - f(m_0)|^2$  を最小にするために、解の初期値  $m_0$  を仮定し Talor 展開により線形化する。

$$e = f(m) \approx f(m_0) + \left( \frac{\partial f(m)}{\partial m} \right)_{m=m_0} (m - m_0) \quad (20)$$

又は

$$\begin{aligned} e - f(m_0) &\approx \left( \frac{\partial f(m)}{\partial m} \right)_{m=m_0} (m - m_0) \\ &\approx \left( \frac{f(m + \Delta m) - f(m)}{\Delta m} \right)_{m=m_0} (m - m_0) \end{aligned} \quad (21)$$

最後の式で  $\partial f / \partial m$  は差分で近似されている。

我々に与えられた逆問題とは、測定可能な海底に加わる水圧とそれによる海底の動きから剪断弾性率を深さの関数として求めることである。海底の水平及び垂直方向のアドミタンスを次式で定義する。

$$\xi = U/a \quad \text{及び} \quad \eta = W/a \quad (22)$$

ここで、 $U$  及び  $W$  は海底面での水平及び垂直方向の振幅である。(21)式を  $\xi$ ,  $\eta$ , 及び  $G$  で表すと次のようになる。

$$\begin{pmatrix} \bar{\xi}_1 - \xi_{10} \\ \bar{\xi}_2 - \xi_{20} \\ \vdots \\ \bar{\xi}_n - \xi_{n0} \\ \bar{\eta}_1 - \eta_{10} \\ \bar{\eta}_2 - \eta_{20} \\ \vdots \\ \bar{\eta}_n - \eta_{n0} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \xi_{11} - \xi_{10} & \xi_{12} - \xi_{10} & \dots & \xi_{1M} - \xi_{10} \\ \alpha G_1 & \alpha G_2 & & \alpha G_M \\ \xi_{21} - \xi_{20} & \xi_{22} - \xi_{20} & \dots & \xi_{2M} - \xi_{20} \\ \alpha G_1 & \alpha G_2 & & \alpha G_M \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \xi_{n1} - \xi_{n0} & \xi_{n2} - \xi_{n0} & \dots & \xi_{nM} - \xi_{n0} \\ \alpha G_1 & \alpha G_2 & & \alpha G_M \\ \eta_{11} - \eta_{10} & \eta_{12} - \eta_{10} & \dots & \eta_{1M} - \eta_{10} \\ \alpha G_1 & \alpha G_2 & & \alpha G_M \\ \eta_{21} - \eta_{20} & \eta_{22} - \eta_{20} & \dots & \eta_{2M} - \eta_{20} \\ \alpha G_1 & \alpha G_2 & & \alpha G_M \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \eta_{n1} - \eta_{n0} & \eta_{n2} - \eta_{n0} & \dots & \eta_{nM} - \eta_{n0} \\ \alpha G_1 & \alpha G_2 & & \alpha G_M \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \hat{G}_1 - G_1 \\ \hat{G}_2 - G_1 \\ \hat{G}_3 - G_3 \\ \vdots \\ \hat{G}_M - G_M \end{pmatrix} \quad (23)$$

$N (= 2n) \qquad N \times M \qquad M$

又は

$$\begin{pmatrix} \bar{\xi}_1 - \xi_{10} \\ \bar{\xi}_2 - \xi_{20} \\ \vdots \\ \bar{\xi}_n - \xi_{n0} \\ \bar{\eta}_1 - \eta_{10} \\ \bar{\eta}_2 - \eta_{20} \\ \vdots \\ \bar{\eta}_n - \eta_{n0} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \xi_{11} - \xi_{10} & \xi_{12} - \xi_{10} & \dots & \xi_{1M} - \xi_{10} \\ \xi_{21} - \xi_{20} & \xi_{22} - \xi_{20} & \dots & \xi_{2M} - \xi_{20} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \xi_{n1} - \xi_{n0} & \xi_{n2} - \xi_{n0} & \dots & \xi_{nM} - \xi_{n0} \\ \eta_{11} - \eta_{10} & \eta_{12} - \eta_{10} & \dots & \eta_{1M} - \eta_{10} \\ \eta_{21} - \eta_{20} & \eta_{22} - \eta_{20} & \dots & \eta_{2M} - \eta_{20} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \eta_{n1} - \eta_{n0} & \eta_{n2} - \eta_{n0} & \dots & \eta_{nM} - \eta_{n0} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \hat{S}_1 \\ \hat{S}_2 \\ \vdots \\ \hat{S}_M \end{pmatrix} \quad (24)$$

$N (= 2n) \qquad N \times M \qquad M$

上式において  $\bar{\xi}_j$  と  $\bar{\eta}_j$  は  $j$  番目の波に対する観測されたアドミタンスであり、 $\xi_{j0}$  と  $\eta_{j0}$  は剪断弾性率の初期値 ( $G_1, G_2, \dots, G_M$ ) から計算により求められる  $j$  番目の波に対するアドミタンスである。 $\xi_{ji}$  と  $\eta_{ji}$  は  $i$  番目の層の剪断弾性率を微小量  $\Delta G_i = \alpha G_i$  増加させたときの  $j$  番目のアドミタンスである。 $\alpha$  は十分小さな量である。 $(\hat{G}_1, \hat{G}_2, \dots, \hat{G}_M)$  は逆演算により求められる剪断弾性率である。(24)式で  $(\hat{S}_1, \hat{S}_2, \dots, \hat{S}_M)$  を求め、

$$\hat{S}_i = (\hat{G}_i - G_i) / \alpha G_i = \Delta \hat{G}_i / \alpha G_i$$

により

$$\hat{G}_i = G_i + \alpha G_i \hat{S}_i \quad (25)$$

が計算される。 $M$  は 断剪弾性率の未知数の数 (層数) であり、 $N$  は異なる周期の波に対応するアドミタンスの数である。

### 5. 数値シミュレーションによる検討

逆問題では常に解の集束性と唯一性が問題となる。ここでは前章で述べた反復演算法がこの問題に対して安定した解を与えるかどうかを、数値シミュレーションによって検討する。まず、海底の真の剪断弾性率の形状として図-2 に示す A' 及び C' の二つのタイプを仮定する。このとき、順方向の計算により海底面のアドミタンスが求められる。タイプ A' は完全剛体、タイプ C' は弾性

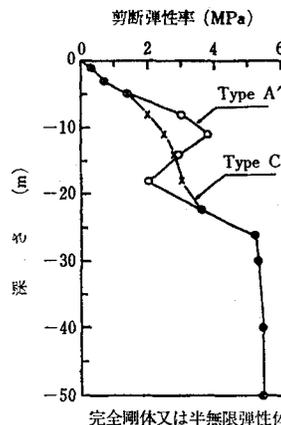


図-2 数値シミュレーションに用いられる剪断弾性率の形状

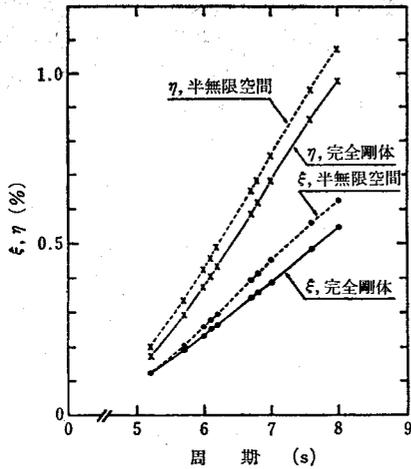


図-3 図-2 に示す剪断弾性率から求められるアドミタンス (水深 19.2 m)

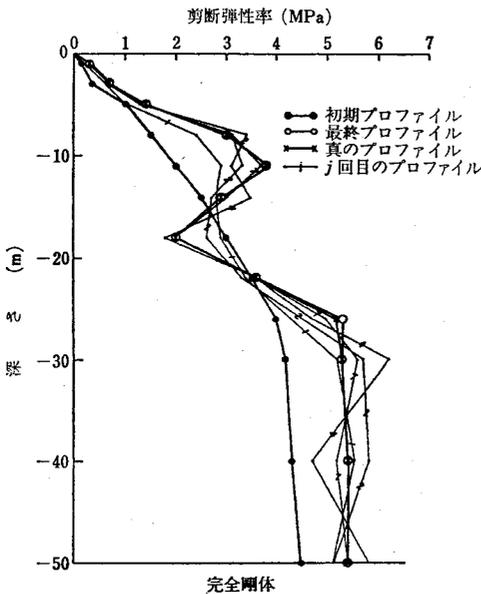


図-4 数値シミュレーションの結果 (Case 1)  
曲線上の数字は演算の繰返し回数を示す。

半無限空間を境界としたときの結果を図-3 に示す。計算した波の周期は

$$T = 5.2, 5.7, 6.0, 6.1, 6.2, 6.7, 6.8, 7.0, 7.6, 8.0 \text{ s}$$

であり、水深は 19.2 m である。

タイプ A' に関して二つの異なる剪断弾性率の初期値を用いたときの、反復演算による解の集束の状況を図-4 及び 5 に示す。真の剪断弾性率の形状に似たかなり良い初期値を与えた図-4 の例 (Case 1) では、11 回の反復演算により真の解に集束していることが分かる。図-5 に示す例 (Case 2) では、初期値としての剪断弾性率の形状は良くないにもかかわらず、このときでも 10 回の反復により真の剪断弾性率に集束している。以上の結果は

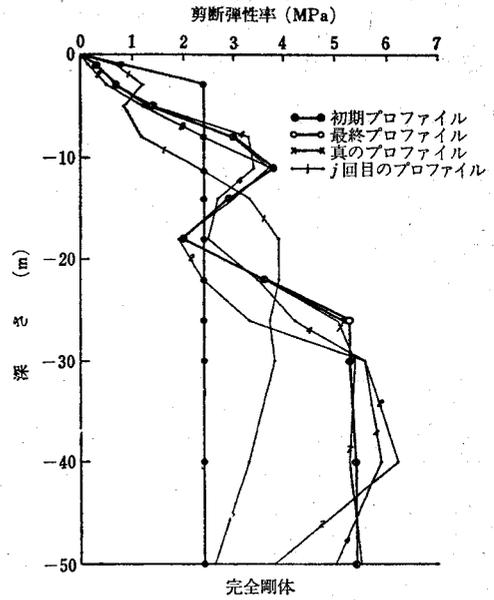


図-5 数値シミュレーションの結果 (Case 2)

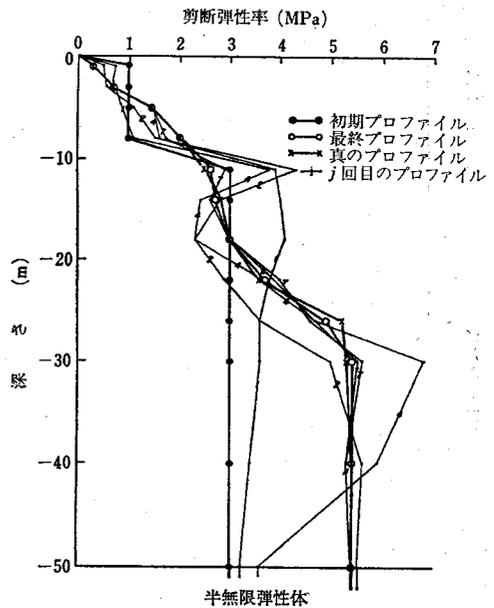


図-6 数値シミュレーションの結果 (Case 3)

ここで用いられている逆演算の手法の集束性と唯一性を示している。この性質は海底の動きと各層の剪断弾性率との非常に単純な関係に由来するものである。

図-6 (Case 3) に示すように、タイプ C' の場合でも解は真の剪断弾性率に集束している。これらの結果から、もしノイズに汚染されていない真のアドミタンスが求められれば、深さごとの剪断弾性率は安定にしかも唯一に求められることが予想される。

## 6. フィールドテストによる検証

今まで述べた方法が実際に可能かどうかを検討するた

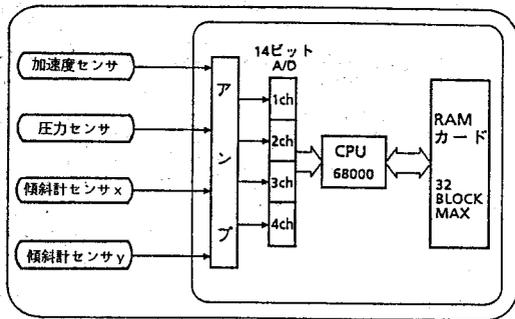


図-7 実験に用いられた BSMP のブロック図

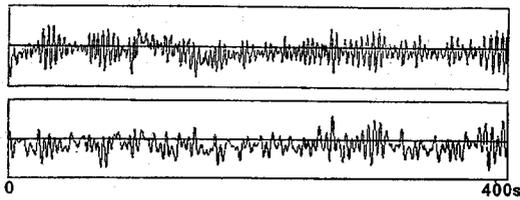


図-8 海底において実測された加速度波形及び圧力波形

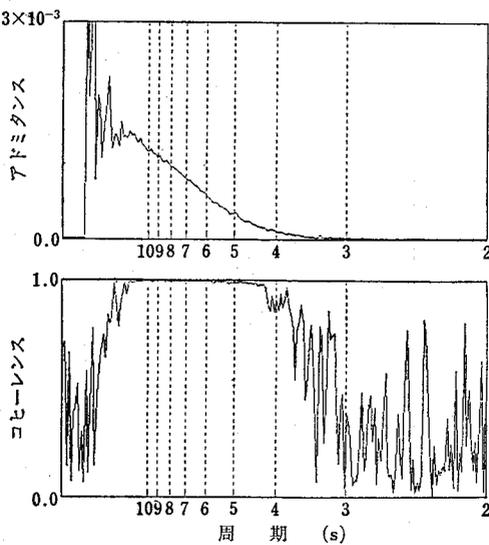


図-9 アドミタンス及びコヒーレンス関数の実測例

め、圧力センサ及び加速度センサを組み込んだ試作機を開発し、幾つかの地点においてフィールドテストを行った。

図-7 は小野測器が開発した試作機の概略構成を示すブロック図である。BSMP 本体は圧力センサ、加速度センサ、傾斜計、CPU、メモリ、及びバッテリーを内蔵している。これを海底に数時間設置し、水圧及び加速度を計測しメモリに蓄える。図-8 は加速度及び水圧の時間波形、図-9 はアドミタンス及びコヒーレンスの一例を示す。コヒーレンスは 4.3s から 12s の範囲でほぼ 1 であり、この範囲においてデータの信頼性があることを示している。アドミタンスは波高値に対する海底の振幅であり、周期 10s で波高値が 1m の波に対して海底は

1.5 mm 程度しか動いていないことを示している。

BSMP により求められた剪断弾性率の妥当性を確認するため、SPT による結果 ( $N$  値) と比較した。 $N$  値と剪断弾性率との関係に関しては多くの研究があり、大まかに

$$G = aN^b \text{ (MPa)} \quad (26)$$

の関係にあることが知られている。ここでは

$$a = 11.9, \quad b = 0.8 \quad (27)$$

を用いることにする。

BSMP により (1)川崎沖、(2)五日市沖、及び (3)清水湾内、で求めた深さごとの剪断弾性率の結果を、 $N$  値から換算して求めた剪断弾性率を比較してそれぞれ図-

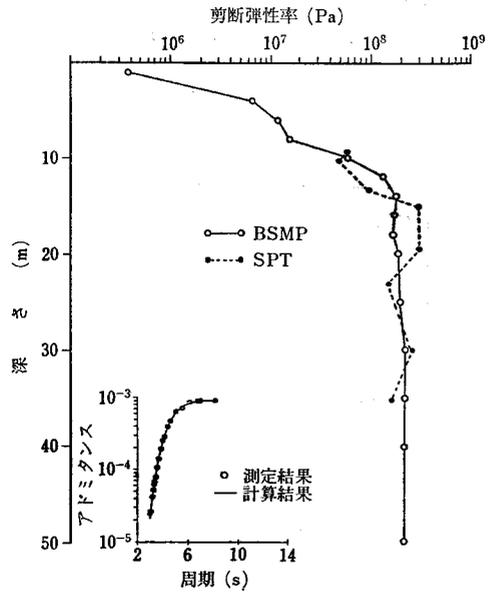


図-10 BSMP により求めた剪断弾性率と  $N$  値から換算した剪断弾性率との比較 (川崎沖)

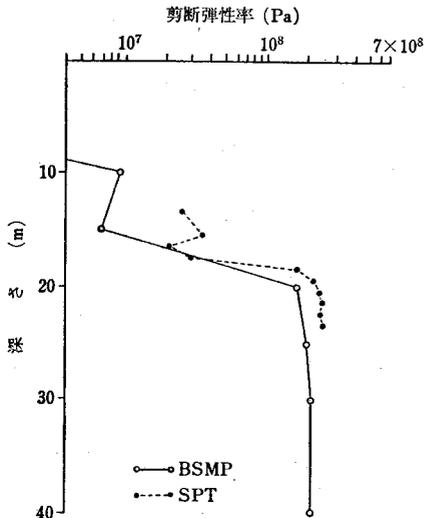


図-11 BSMP により求めた剪断弾性率と  $N$  値から換算した剪断弾性率との比較 (五日市沖)

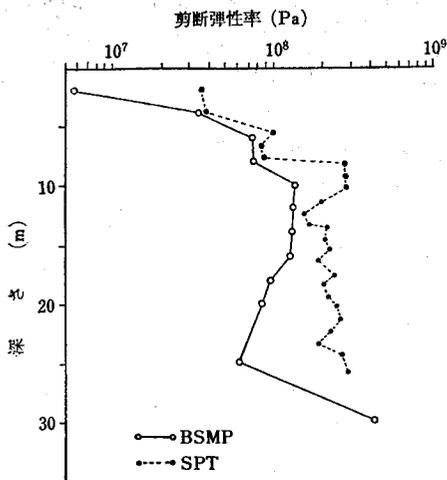


図-12 BSMPにより求めた剪断弾性率と  $N$  値から換算した剪断弾性率との比較 (清水湾)

10, 図-11, 及び図-12 に示す。川崎沖及び五日市沖の実験では BSMP と標準貫入試験の結果の一致度が良い。川崎沖では海岸から約 200 m, 五日市沖では数百 m 離れた地点である。川崎沖, 五日市沖ともに表面は粘性土が堆積しており剪断弾性率が小さいが, 五日市沖の方がその堆積層が厚いことを示している。前者は 15 m 弱で, 後者は 20 m ほどでほぼ一定の硬さに達する。五日市沖の実験では, 波がほとんど見られないような静かな条件でもコヒーレンスの高いデータが得られており, 通常の気象条件であれば BSMP 方式による剪断弾性率の計測が可能であることを示している。

清水湾内での実験結果では BSMP と  $N$  値による剪断弾性率の一致度が良くない。この理由として, 計測点が入り江の中で防波堤に近く図-1 に示すモデルの条件が満たされなかったこと, 及び測定時間が短く十分な平均化ができなかったことが挙げられる。それにしても川崎沖, 五日市沖の結果と比較すると, 海底 5 m あたりから硬い地層であることを示しており, ボーリングの結果 (砂地) と合っている。

以上の実験結果は, 図-1 に示す海底モデルの成立条件さえ十分考慮しておけば, BSMP による剪断弾性率の計測が十分可能であることを示している。

## 7. まとめ

波動を利用した海底地盤の剪断弾性率を間接的に測定する全く新しい方法に関し, その原理と数値シミュレーション及びそれに基づく試作機による実験結果を報告した。本方式の特徴は自然の波の力を利用することであり, その周波数が低いため海底の動きが単純な式で表現できることにある。この性質により逆演算を行う際の解の安定性及び集束性が保証される。

試作機を用いて求めた剪断弾性率を,  $N$  値から実験式に基づいて換算した値と比較するとかなり良い対応が見られ, 本方式の原理の正しさとモデルと実際の海底との対応が良いことが示された。しかしながら, 測定場所が岸壁に非常に近いとか, 測定地点近辺で水深又は地層が急激に変化するなどの地理条件によってモデルとの対応が十分でない場合があり, その限界を明らかにしていくことが必要である。また, 波の周期と測定可能な深度や分解能との関係などを, 数値シミュレーションにより明確にしていくことも肝要である。

## 文 献

- 1) T. Yamamoto and T. Torii, "Seabed shear modulus profile inversion using surface gravity (water) wave-induced bottom motion," *Geophys. J. R. Astron. Soc.* **85**, 413-433 (1986).
- 2) T. Yamamoto *et al.*, "On the response of a poroelastic bed to water waves," *J. Fluid Mech.* **87**, 193-206 (1978).
- 3) T. Yamamoto, "On the response of a Coulomb-damped poroelastic bed to water waves," *Mar. Geotechnol.* **5**, 93-130 (1983).
- 4) T. Yamamoto, "Nonlinear mechanics of wave interactions with sediment beds," *Appl. Ocean Res.* **4**, 99-106 (1982).
- 5) T. Yamamoto, "Numerical integration method for seabed response to water waves," *J. Soil Dyn. Earthq. Eng.* **2**, 92-100 (1983).
- 6) T. Yamamoto, "Propagation matrix for continuously layered porous seabeds," *Bull. Seismol. Soc. Am.* **73**, 1599-1620 (1983).
- 7) Y. Ohsaki and R. Iwasaki, "On dynamic shear moduli and Poisson's ratio of soil deposits," *J. Soils Found.* **13**, 61-73 (1973).